Connexité

→ X connexe $\Leftrightarrow$ $X = O_1 \cup O_2$, O_1, O_2 ouverts et $O_1 \cap O_2 = \emptyset$ $\Rightarrow O_1 = \emptyset$ ou $O_2 = \emptyset$

$\Leftrightarrow$ $X = F_1 \cup F_2$, F_1, F_2 fermés et $F_1 \cap F_2 = \emptyset$ $\Rightarrow F_1 = \emptyset$ ou $F_2 = \emptyset$

$\Leftrightarrow$ f est $\mathcal{C}^0$ $X \to \{0,1\}$, alors f cste

$\Leftrightarrow$ $A \subset X$ ouverte et fermée $\Leftrightarrow$ $A = X$ ou $A = \emptyset$

→ (Ω_i) partition de X, X connexe, il y a au plus un indice i_0 tq $\Omega_{i_0} \neq \emptyset$

(*) → $f \in \mathcal{C}(X, Y)$, $A \subset X$ connexe $\Rightarrow f(A)$ connexe

→ $A \subset E$ connexe par arc $\Leftrightarrow \forall x, y \in A\ \exists \gamma : [0,1] \xrightarrow{\mathcal{C}^0} A$ $\gamma(0) = x$, $\gamma(1) = y$

→ (*) est valable aussi si A est CPA ($f(A)$ CPA)

→ A connexe par arcs $\Rightarrow$ A connexe

→ La relation $\sim$: $x \sim y \Leftrightarrow \exists \gamma \ldots \gamma(0) = x, \gamma(1) = y$ est d'équiv